**Quiz 3**

**Επιστημονικός υπολογισμός-Άνοιξη 2010**

**Ονοματεπώνυμο: ΓΑΚΗ ΣΤΥΛΙΑΝΗ**

**ΑΕΜ: 857**

Ερώτηση 1

Απάντηση:

Α)

Το διάνυσμα κλίσης(Gradient) είναι το εξής:

Η Έσσιαν είναι η εξής:

B) Το πολυώνυμο Τaylor 2ου βαθμού δίνεται από την εξής σχέση:

Οπότε για έχουμε:

Και

Οπότε αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε :

Ερώτηση 2

Απάντηση:

και

Α) Ένα πλήρες βήμα της μεθόδου Newton είναι το εξής:

Οπότε πρέπει να υπολογίσουμε το διάνυσμα κλίσης και την Έσσιαν για την f(x,y):

Και

Οπότε :

B) Ένα πλήρες βήμα της μεθόδου Απότομης κατάβασης είναι το εξής:

Αν

Οπότε αφού έχω βρει από το ερώτημα Α ότι πάω να βρω το λ:

Έστω

Οπότε

Τώρα για να βρω το ελάχιστο λ θέτω την και λύνω ως προς λ.

Στην συνέχεια αντικαθιστώ στην   
και βρίσκω το .

Ερώτηση 4

Απάντηση:

Μέθοδος απότομης καθόδου:

Κριτήριο τερματισμού ->

Δικαιολόγηση: Το μέγεθος του διανύσματος κλίσης υποδεικνύει την ταχύτητα με την οποία η συνάρτηση αλλάζει σε κάθε σημείο. Επομένως αν όλες οι μερικοί παράγωγοι είναι μηδέν τότε το μέγεθος του διανύσματος κλίσης είναι μηδέν και η συνάρτηση δεν αλλάζει σε αυτό το σημείο δηλαδή το σημείο αυτό είναι στάσιμο σημείο.

Μέθοδος συζυγών κλίσεων:

Κριτήριο τερματισμού-> = 0

Δικαιολόγηση: Αν στο προηγούμενο βήμα του αλγορίθμου είχαμε βρει το που μηδενίζει το υπόλοιπο r και άρα ικανοποιεί την εξίσωση Axk-1 =b σημαίνει ότι έχουμε βρει την ζητούμενη λύση.

Μέθοδος Newton:

Κριτήριο τερματισμού->

Δικαιολόγηση: Εφόσον δεν υπάρχει σημαντική αλλαγή στις τιμές της f(x) σε δύο διαδοχικές επαναλήψεις σημαίνει ότι έχουμε φτάσει σε μία πολύ καλή προσέγγιση της λύσης.

Ερώτηση 5

Απάντηση:

Α)

Επειδή η f(x,y) είναι πεπλεγμένη συνάρτηση ,αρχικά για να βρούμε τα πιθανά τοπικά ακρότατα(δηλαδή τα στάσιμα σημεία) πρέπει να βρούμε τις λύσεις που δίνει το παρακάτω σύστημα εξισώσεων:

Οπότε έχουμε:

Τώρα υπολογίζουμε την ορίζουσα του πίνακα (1) στο κρίσιμο σημείο που βρήκαμε :

Αφού η ορίζουσα είναι θετική το σημείο είναι ακρότατο.

Τέλος εξετάζω το πρόσημο της

στο (x1,y1) και αν είναι >0 το σημείο αυτό είναι ελάχιστο ενώ αν είναι <0 το σημείο αυτό είναι μέγιστο.

H ποσότητα αυτή είναι πάντα θετική οπότε το σημείο αυτό είναι ελάχιστο και μάλιστα ολικό ελάχιστο.

Β)

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία του ερωτήματος Α βρίσκουμε ως πιθανά ακρότατα τις λύσεις του συστήματος :

Τώρα υπολογίζουμε την ορίζουσα του πίνακα Εσσιάν και στα δύο κρίσιμα σημεία που βρήκαμε :

Για (s1,t1) : D = -144 < 0 οπότε αυτό το σημείο δεν είναι ακρότατο.

Για (s2,t2): D = 144 > 0 οπότε το σημείο αυτό είναι ακρότατο.

Εξετάζοντας το πρόσημο της για το ακρότατο που βρήκαμε βλέπουμε πως είναι θετικό οπότε το σημείο (x2,y2) είναι ελάχιστο.